

## ARBEITSBLATT ZU KONTEXTFREIEN GRAMMATIKEN

**Definition:** *kontextfreie Grammatik, kontextfreie Sprache:*  
Grammatiken, bei denen alle Produktionen die Form  
$$A \rightarrow w \text{ mit } A \in N \text{ und } w \in (T \cup N)^+$$
haben, heißen *kontextfrei* oder auch *umgebungsunabhängig*. Eine Sprache heißt *kontextfrei*, wenn sie von einer kontextfreien Grammatik erzeugt wird.

**Beispiel:** Die Grammatik  $G = (T, N, S, P)$  mit

$$T = \{ a, b \}$$

$$N = \{ S \}$$

$$S = S$$

$$P = \{ S ::= a$$

$$S ::= b$$

$$S ::= SS \}$$

ist eine kontextfreie Grammatik.

**Aufgabe 1:** Begründe bei dem obigen Beispiel folgende Aussagen:

- a) Die Grammatik ist nicht regulär. Allerdings ist die von der Grammatik erzeugte Sprache wohl regulär.
- b) Die Grammatik ist mehrdeutig, d. h. zu einem Wort gibt es unterschiedliche Ableitungsbäume.

**Aufgabe 2:** Entwirf eine Grammatik, welche wohlgeformte Klammerpaare erzeugt.

Bsp:  $() \mid ((()()) \mid (((()()))))()()$

Warum gibt es keine äquivalente reguläre Grammatik?

**Aufgabe 3:** Gegeben ist die Grammatik  $G = (T, N, S, P)$  mit  $T = \{ a, b, \varepsilon \}$ ,  $N = \{ S \}$ ,  $S = S$  und den Produktionen

$$P = \{ S ::= aSb$$

$$S ::= bSa$$

$$S ::= SS$$

$$S ::= \varepsilon \}$$

- a) Begründe, dass es sich bei  $G$  um eine kontextfreie Grammatik handelt.
- b) Beschreibe, welche Worte die Sprache  $L(G)$  umfasst. Begründe hieraus, warum es keine äquivalente reguläre Grammatik geben kann.
- c) Gib für das Wort  $ababab$  mindestens fünf verschiedene Ableitungsbäume an.
- d) Begründe per Ableitungsbaum, welche der folgenden Worte in der Sprache  $L(G)$  enthalten sind:  
(1)  $aabbba$       (2)  $abbbba$       (3)  $bbbbaa$

**Aufgabe 4:** Die Sprache der „dualen Palindrome“ besteht aus Binärzahlen, welche vorwärts und rückwärts gelesen die gleiche Zahl ergeben. Beispiele sind  $11 \mid 101 \mid 001100 \mid 0110110 \mid \dots$  Entwirf eine Grammatik, welche diese Sprache erzeugt. Begründe, warum die Grammatik nicht regulär sein kann.